

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы
прикладной математики и
информатики
А.М. Райгородский**

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Алгоритмическая теория игр
по направлению:	Прикладная математика и физика
профиль подготовки:	Прикладная математика и информационные технологии Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 45 всего, в том числе:

лекции: 0 час.

семинары: 45 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Программу составил: Д.Г. Ильинский, канд. экон. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры дискретной математики 05.03.2020

Аннотация

Курс представляет собой набор различных сюжетов, лежащих на стыке теории игр и компьютерных наук. Сюжеты в малой степени завязаны друг на друга, поэтому содержание можно варьировать в широких пределах в зависимости от имеющихся знаний и интересов слушателей. Лейтмотив курса: если мы предполагаем, что теоретико-игровая модель в какой-то степени описывает действительность, то мы обязаны уметь хотя бы посчитать её исход.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Ознакомить слушателей с основными понятиями и результатами некооперативной и кооперативной теории игр. Центральное место в курсе занимает понятие равновесие Нэша, секвенциальное равновесие, а также понятие ядра в кооперативных играх с побочными платежами.

Задачи дисциплины

- освоение студентами базовых знаний (понятий, концепций, методов и моделей) в теории игр;
- приобретение теоретических знаний и практических умений и навыков в теории игр;
- оказание консультаций и помощи студентам в проведении собственных теоретических исследований в теории игр.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
УК-6 Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки	УК-6.2 Оценивает свою деятельность, соотносит цели, способы и средства выполнения деятельности с её результатами
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Способен оценивать актуальность исследований в области своей профессиональной деятельности и их практическую значимость

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории игр;
- современные проблемы соответствующих разделов теории игр;
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла теории игр;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач теории игр.

уметь:

понять поставленную задачу;
 использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;
 оценивать корректность постановок задач;
 строго доказывать или опровергать утверждение;
 самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
 самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
 точно представить математические знания в устной и письменной форме.

владеть:

навыками освоения большого объема информации и решения задач (в том числе, сложных);
 навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
 культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов;
 предметным языком топологии и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Биматричные игры. Алгоритмы поиска равновесия Нэша.		8		9
2	Коррелированное равновесие: определение, примеры и алгоритмы поиска.		10		9
3	Теория общественного выбора. Теоремы Мэя, Эрроу и Джиббарда--Саттертуэйта. Задача о пропорциональном распределении мест в представительном органе.		9		9
4	Аукционы с резервной ценой. Оптимальные аукционы.		8		9
5	Теоретико-игровые модели формирования сетей. Модели Джексона--Волински, Балы--Гойала, Боргса--Чайес.		10		9
Итого часов			45		45
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 2 (Весенний)

1. Биматричные игры. Алгоритмы поиска равновесия Нэша.

Вычислительная сложность задач поиска. РРАД-полнота задач о поиске неподвижных точек и поиске равновесия Нэша. Бесконечно повторяющиеся игры: автоматные стратегии, стратегии обучения. Модели минимизации огорчения в условиях неблагоприятной среды.

2. Коррелированное равновесие: определение, примеры и алгоритмы поиска.

Введение в теорию механизмов. Имплементация в доминирующих стратегиях и по Байесу. Принцип выявления. Задача об устойчивых паросочетаниях. Алгоритм Гейла--Шепли. Свойства устойчивых паросочетаний

3. Теория общественного выбора. Теоремы Мэя, Эрроу и Джиббарда--Саттертуэйта. Задача о пропорциональном распределении мест в представительном органе.

Механизмы с использованием денег. Имплементация в доминирующих стратегиях. Аукцион Викри (второй цены). Механизм Викри--Кларка--Гровса.

Имплементация по Байесу--Нэшу. Механизм Эрроу--Дапремона--Жерара-Варе. Аукцион первой цены. Теорема об эквивалентности доходов в теории аукционов. Критерий существования индивидуально рационального механизма со сбалансированным бюджетом. Теорема Майерсона--Саттертуэйта о двусторонней торговле.

4. Аукционы с резервной ценой. Оптимальные аукционы.

Комбинаторные аукционы. Задача царя Соломона. Имплементация при полной информации. Монотонность по Маскину.

5. Теоретико-игровые модели формирования сетей. Модели Джексона--Волински, Балы--Гойала, Боргса--Чайес.

15. Потенциальные игры. Приложение к задаче маршрутизации трафика: случаи делимого и неделимого трафика. Потери от отсутствия координации: цена анархии и цена стабильности. Верхние оценки на цену анархии. Задача о справедливом дележе. Критерии справедливости дележа: пропорциональность, отсутствие зависти и др. Конечные протоколы пропорционального дележа и дележа без зависти. Справедливый делёж при помощи протоколов с движущимися или вращающимися ножами. Модели пространственного размещения общественных благ. Понятия миграционной и коалиционной устойчивости, теоремы существования и контрпримеры в различных постановках.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Стандартная учебная аудитория.

6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Лекции по теории игр и экономическому моделированию [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / И. С. Меньшиков .— 2-е изд., испр. и доп. — М. : Контакт Плюс, 2010 .— 336 с.
2. Основы теории игр [Текст] : учеб. пособие для вузов / Л. В. Колобашкина .— М. : БИНОМ. Лаб. знаний, 2012 .— 164 с.

Дополнительная литература

1. Теория игр [Текст] : учеб. пособие для вузов : рек. М-вом общ. и проф. образования РФ / Л. А. Петросян, Н. А. Зенкевич, Е. А. Семина .— М. : Высшая школа, 1998 .— 304 с.
2. Теория игр с примерами из математической экономики [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / Э. Мулен ; пер. с фр. О. Р. Меньшиковой, И. С. Меньшикова под ред. Н. С. Кукушкина .— М. : Мир, 1985 .— 199 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<http://dm.fizteh.ru/>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций. В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Mathcad, MATLAB, Maple и др.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Рекомендуется успешно сдавать контрольные работы, так как это упрощает итоговую аттестацию по предмету.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Прикладная математика и информационные технологии Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
курс:	<u>1</u>
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Дифференцированный зачет

Разработчик: Д.Г. Ильинский, канд. экон. наук, доцент

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
УК-6 Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки	УК-6.2 Оценивает свою деятельность, соотносит цели, способы и средства выполнения деятельности с её результатами
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Способен оценивать актуальность исследований в области своей профессиональной деятельности и их практическую значимость

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Алгоритмическая теория игр» обучающийся должен:

знать:

фундаментальные понятия, законы, теории игр;
современные проблемы соответствующих разделов теории игр;
понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла теории игр;
основные свойства соответствующих математических объектов;
аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач теории игр.

уметь:

понять поставленную задачу;
использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;
оценивать корректность постановок задач;
строго доказывать или опровергать утверждение;
самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
точно представить математические знания в топологии в устной и письменной форме.

владеть:

навыками освоения большого объема информации и решения задач (в том числе, сложных);
навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов;
предметным языком топологии и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Оценка за курс складывается из двух компонентов: решения домашнего задания и письменной контрольной (в случае перехода на онлайн-обучение она может быть заменена на тест). Домашнее задание состоит из 12-13 задач, оцениваемых в 10 баллов, из которых засчитываются 8 наилучших. Контрольная состоит из двух частей. В первой части даются 5 простых вопросов по 5 баллов на 30 минут, в процессе написания ничем нельзя пользоваться. Во второй части даются 4 задачи по 15 баллов на 90 минут, при решении можно пользоваться конспектами и литературой.

Примеры задач из домашнего задания

1. При помощи алгоритма Лемке--Хоусона найдите равновесие Нэша в смешанных стратегиях в игре 3×3 .

2. Найдите все коррелированные равновесия в игре 2×2 . Изобразите исходы в пространстве платежей обоих игроков.

3. Найдите равновесие и оптимальный поток в транспортной сети. Посчитайте цену анархии.

Примеры задач из первой части контрольной

1. Приведите пример, в котором суммарная полезность двух игроков в коррелированном равновесии больше, чем в любом смешанном равновесии Нэша.

2. Придумайте задачу о маршрутизации делимого трафика, в которой цена анархии равна в точности a .

3. Описана некоторая ситуация общественного проекта. Сформулируйте, как будет выглядеть для неё механизм Викри-Кларка-Гровса.

Примеры задач из второй части контрольной

1. Докажите, что для эйлерова графа задача поиска по одному разбиению рёбер на остовные деревья другого такого разбиения лежит в PPA.

2. Рассмотрим такую задачу о маршрутизации трафика: из пункта А в пункт В ведут три дороги, на одной транспортные издержки равны 1, на другой x , на третьей kx . Нужно передать трафик размера 2. Постройте график зависимости цены анархии от параметра k .

3. Посчитайте оптимальную резервную цену в аукционе для данного распределения оценок.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Определение игры в нормальной форме: стратегия, игрок, полезность. Равновесие Нэша в чистых стратегиях. Примеры. Дилемма заключенного. Игра "камень-ножницы-бумага".
2. Определение смешанной стратегии. Равновесие Нэша в смешанных стратегиях.
3. Теорема Брауэра. Лемма Шпернера. Теорема Какутани. Теорема Нэша о существовании равновесия в смешанных стратегиях.
4. Доминируемые стратегии. Последовательное исключение сильно доминируемых стратегий. Минимакс и максимин. Игры с нулевой суммой. Седловая точка.
5. Развернутая форма игры. Эквивалентность с нормальной формой. Равновесия, совершенные на подыграх. Примеры.
6. Слабое и сильное секвенциальные равновесия Нэша. Веры игроков.
7. Введение в теорию кооперативных игр. Понятие равновесия. Понятие ядра. Вектор Шепли.
8. Динамические игры. Конечные и бесконечные повторяющиеся игры. Бесконечная дилемма заключенного. Принцип однократного отклонения. Народная теорема. Дуэли. Одновременные трузли.

Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений

- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Во время проведения дифференцированного зачета, обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины.